

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

REGISTRO

DELLE LEZIONI - ESERCITAZIONI - SEMINARI

Anno accademico 2019/20

Cognome e Nome BISI FULVIO

Qualifica PROFESSORE ASSOCIATO MAT/07

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

Insegnamento di GEOMETRIA E ALGEBRA (500473)

Impartito presso: **FACOLTA' DI INGEGNERIA**

Corso di laurea INGEGNERIA ELETTRONICA/INFORMATICA.

Corso di laurea specialistica/magistrale

Corso di laurea interfacoltà

Scuole di Specializzazione

Scuole di Dottorato di ricerca.....



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 1-2</i> <i>data 2 ottobre 2018</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Insiemi, sottoinsiemi; insieme delle parti. Quantificatori esistenziali e universali; negazioni. Implicazione; condizione necessaria e/o sufficiente. Enunciato contronominale di un teorema. Funzioni (mappe, applicazioni); immagine e controimmagine; iniettività, suriettività; corrispondenze biunivoche. Esempi.
<i>n. prog. 3-4</i> <i>data 3 ottobre 2018</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Funzioni o applicazioni; immagine e controimmagine; iniettività, suriettività; corrispondenze biunivoche. Relazioni di equivalenza, classi di equivalenza; esempio delle classi di resto sui naturali. Operazioni interne (binarie); strutture algebriche. Gruppo: definizione in base alle proprietà dell'operazione; gruppo abeliano. Esempi con insiemi numerici. Anelli, anello dei polinomi in una variabile.
<i>n. prog. 5-6</i> <i>data 4 ottobre 2018</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Corpo e campo; proprietà fondamentali, esempi: campo razionale, reale, complesso. In ogni campo vale la legge dell'annullamento del prodotto (ossia, ogni campo è un dominio di integrità). Le classi di resto sugli interi. L'aritmetica delle classi di resto: esempi; caso delle classi di resto modulo 2, 3, 4; violazione della legge di annullamento del prodotto in modulo 4. Divisione euclidea fra polinomi; esempi. Teorema di Ruffini, molteplicità della radice di un polinomio.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 7-8</i> <i>data 9 ottobre 2018</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminarario	Esempi di decomposizione di polinomi in R e in C . Teorema fondamentale dell'algebra; teorema della radice complessa coniugata per polinomi a coefficienti reali (con dimostrazione). Enunciato del teorema di decomposizione per polinomi reali e della radice di polinomi reali di grado dispari. Spazio E^3_O dei vettori applicati nel punto O dello spazio euclideo: addizione di vettori. Corrispondenza biunivoca fra punti dello spazio e vettori applicati in O . Proprietà delle operazioni di addizione fra vettori; la struttura algebrica di gruppo per E^3_O con la somma di vettori. Moltiplicazione per uno scalare (o "esterna").
<i>n. prog. 9-10</i> <i>data 10 ottobre 2018</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminarario	Moltiplicazione per uno scalare (o "esterna"): proprietà. Traslazione di un vettore fissato dei punti dello spazio. Span di un vettore. Span di due vettori. Dipendenza e indipendenza lineare nello spazio dei vettori applicati. Riferimento cartesiano ortogonale nel piano; coordinate cartesiane. Span di tre vettori linearmente indipendenti e basi di E^3_O .
<i>n. prog. 11-12</i> <i>data 11 ottobre 2018</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminarario	Basi di E^3_O ; rappresentazione (coordinate) di un vettore su una base di E^3_O . Base ortonormale, riferimento cartesiano ortogonale nello spazio; coordinate cartesiane. Equazioni di una retta in forma vettoriale e parametrica. Vettore direttore. Differenza fra vettori e fra punti.
<i>n. prog. 13-14</i> <i>data 16 ottobre 2018</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminarario	Retta passante per due punti distinti. Equazione di un piano in forma parametrica; giacitura di un piano. Piano per tre punti non allineati. Prodotto scalare: definizione. Proiezioni ortogonali di un vettore su una retta e su un piano. Uso del prodotto scalare per il calcolo delle proiezioni. Decomposizione unica di un vettore nelle due proiezioni ortogonali su retta e piano ortogonali.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 15-16</i> <i>data 17 ottobre 2018</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Prodotto scalare: proprietà di positività, commutatività (simmetria), bilinearità del prodotto scalare (omogeneità e distributività: CON dimostrazione). Linearità degli operatori di proiezione (la proiezione della somma di vettori è la somma delle proiezioni, la proiezione del vettore moltiplicato per uno scalare è il prodotto dello scalare per la proiezione del vettore. Calcolo del prodotto scalare in termini delle coordinate cartesiane; norma di un vettore mediante le coordinate cartesiane. Esempi. Equazioni di un piano in forma cartesiana; vettore normale al piano.
<i>n. prog. 17-18</i> <i>data 18 ottobre 2018</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Distanza fra punti. Equazioni di una retta in forma cartesiana. Conversione da rappresentazione cartesiana a parametrica e viceversa per una retta, Esercizi di geometria analitica. Esempi. Passaggio da forma parametrica a forma cartesiana e viceversa per una rappresentazione di un piano. Esercizi di riepilogo. Distanza fra piano e retta (con dimostrazione). Posizioni reciproche fra piani, fra rette.. Esempi. Distanza fra punto e retta (applicazione), esercizi di geometria analitica di riepilogo.
<i>n. prog. 19-20</i> <i>data 24 ottobre 2018</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i> <i>(mercoledì 23 lauree: lezione non svolta)</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Le n-uple di numeri reali: operazione interna di addizione e esterna di moltiplicazione per uno scalare. Spazi vettoriali astratti: esempi; vettori colonna a componenti in un campo; spazi vettoriali R^n ; vettori colonna. Spazio vettoriale dei polinomi $R[x]$; spazio vettoriale delle funzioni reali a variabile reale periodiche. Altri esempi. Analogie con la casistica e la terminologia introdotta in E^3 . Proprietà e proposizioni elementari per spazi vettoriali (leggi di annullamento, cancellazione, ecc.).



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 21-22</i> <i>data 25 ottobre 2018</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	<i>(Lezione h11-13 al posto della consueta lezione pomeridiana). Ulteriori proprietà e proposizioni elementari per spazi vettoriali (leggi di annullamento, ecc.). Rette e piani passanti per l'origine e non passanti per l'origine. Sottospazi vettoriali: definizione mediante le proprietà di chiusura delle operazioni di addizione e moltiplicazione per uno scalare, esempi in E^3_c. Esempi di sottospazi vettoriali in E^3_c e R^n.</i>
<i>n. prog. 23-24</i> <i>data 29 ottobre 2019</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	<i>(Lezione straordinaria al posto di Simona Fornaro). Sottospazio vettoriale intersezione. Sottospazio vettoriale somma di due sottospazi vettoriali. Definizioni e dimostrazioni: l'intersezione e la somma sono sottospazi vettoriali; controesempio: l'unione di due sottospazi in generale non è un sottospazio vettoriale. Esempi geometrici. Proprietà della somma di sottospazi. Esempi geometrici e in R^n. Esempi di sottospazi vettoriali nello spazio dei polinomi nella variabile x (polinomi di grado minore o uguale a 3).</i>
<i>n. prog. 25-26</i> <i>data 30 ottobre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	<i>Proprietà dell'addizione fra sottospazi vettoriali. Combinazione lineare di una lista di k vettori secondo k coefficienti scalari. Somma di più sottospazi. Sottospazio vettoriale generato da una lista di vettori (Span); proprietà fondamentali. Proprietà dello Span di una lista di vettori (lemma, corollario di inclusione; generatori superflui).</i>
<i>n. prog. 27-28</i> <i>data 31 ottobre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	<i>Esempi di generatori superflui. Liste di generatori di uno spazio/un sottospazio vettoriale. Dipendenza ed indipendenza lineare. Spazi vettoriali finitamente generati. Definizione di base di uno spazio vettoriale.</i>



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 29-30</i> <i>data 6 novembre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Formulazione equivalente delle condizioni per l'indipendenza lineare (unica combinazione lineare banale per produrre il vettore nullo, controllo "in cascata"). Definizioni equivalenti di indipendenza lineare e proprietà fondamentali. Definizione di base. Proprietà di liste di vettori indipendenti e dipendenti. Esempi di spazi non finitamente generati.
<i>n. prog. 31-32</i> <i>data 7 novembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Coordinate di un vettore su una base. Rappresentazione di un vettore di R^n sulla base canonica e su una base qualunque. Algoritmo di estrazione di basi di uno spazio vettoriale; teorema di esistenza della base. Introduzione del teorema della base; definizione di dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Proprietà fondamentale della base (aggiunta/cancellazione di vettori). Lemma fondamentale di sostituzione.
<i>n. prog. 33-34</i> <i>data 8 novembre 2019</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Proprietà di una lista di vettori indipendenti in uguale numero di una base. Teorema della base (con dimostrazione). Sottospazi finitamente generati; lemma fondamentale di dimensione per sottospazi di spazi finitamente generati. Esempi: ricerca della base di un sottospazio vettoriale somma/intersezione di due sottospazi. Generatori e basi dei sottospazi somma e intersezione. Formula di Grassmann (senza dimostrazione). Uso della formula di Grassmann.
<i>n. prog. 35-36</i> <i>data 13 novembre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Matrici a entrate reali e elementi, colonne, righe vettori riga e vettori colonna. Addizione fra matrici di uguale ordine, matrice nulla; proprietà; struttura di gruppo per $M_R(k, n)$. Moltiplicazione di una matrice per uno scalare; proprietà. Spazio vettoriale delle matrici rettangolari $M_R(k, n)$, e a entrate in un campo; generatori, base pseudocanonica, dimensione. Coordinate di un vettore di $M_R(k, n)$ sulla base pseudocanonica.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 37-38</i> <i>data 14 novembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Prodotto matrice-vettore come combinazione lineare delle colonne della matrice secondo le componenti del vettore. Proprietà del prodotto matrice-vettore; prodotto riga per colonna. Prodotto matrice-matrice; proprietà. Interpretazione del prodotto fra matrici come prodotto "righe per colonne". Prodotto fra matrici; proprietà associativa (senza dimostrazione).
<i>n. prog. 39-40</i> <i>data 15 novembre 2019</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Proprietà distributiva sulla somma di matrici (dimostrazione), proprietà di omogeneità; altre proprietà. (Anello delle matrici quadrate a entrate in campo reale). Matrice identità; proprietà fondamentali. Il prodotto tra matrici quadrate e l'invertibilità; matrice inversa; proprietà della matrice inversa; inversa del prodotto e prodotto di matrici invertibili. Condizioni equivalenti di invertibilità (unicità della soluzione del sistema quadrato, indipendenza lineare delle colonne della matrice <i>(manca dimostrazione teorema dell'inversa per una matrice con colonne linearmente indipendenti)</i> . Somma diretta fra due sottospazi vettoriali.
<i>n. prog. 41-42</i> <i>data 20 novembre 2019</i> <i>mercoledì (ore 9-11)</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	<i>(ore 9-11)</i> Proprietà della matrice inversa; inversa del prodotto e prodotto di matrici invertibili. Teorema fondamentale per la matrice inversa (se le colonne della matrice sono linearmente indipendenti la matrice è invertibile). Esempi di calcolo di inversa. Condizioni equivalenti di invertibilità (unicità della soluzione del sistema quadrato, indipendenza lineare delle colonne). Proprietà della matrice inversa, inversa del prodotto. Gruppo lineare delle matrici di ordine n . Definizione ricorsiva di determinante. Esempio per il caso di una matrice quadrata di ordine 2, 3 e 4. Matrici diagonali; calcolo del determinante. Teorema di Binet e sue conseguenze sull'invertibilità di una matrice quadrata; corollari.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 43-44</i> <i>data 21 novembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Complementare di un sottospazio. Operazione di trasposizione e proprietà fondamentali. Matrici simmetriche e antisimmetriche: caratterizzazione come sottospazi vettoriali; dimensione (cenni). Sottospazi delle matrici simmetriche e antisimmetriche, somma diretta: Teoremi dello sviluppo sulla prima riga; teorema (formula) di Laplace per lo sviluppo secondo una riga o una colonna qualunque (<i>senza dimostrazione</i>). Teorema per il determinante della matrice trasposta (<i>senza dimostrazione</i>). Proprietà caratteristiche fondamentali della funzione determinante. Proprietà derivate della funzione determinante. Proprietà derivate del determinante: proprietà per l'invertibilità: se le colonne sono linearmente dipendenti, il determinante è nullo. Esempi di calcolo di determinante e di sue semplificazione mediante l'applicazione del teorema di Laplace.
<i>n. prog. 45-46</i> <i>data 27 novembre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Equivalenza fra la condizione di invertibilità di una matrice e determinante non nullo. Formulazione delle proprietà del determinante relativamente alle righe. Teorema di Cramer per la matrice inversa (<i>traccia della dimostrazione</i>). Esempi di calcolo di determinante e di sue semplificazione mediante l'applicazione delle proprietà. Rango di una matrice (dimensione del sottospazio generato dai vettori colonna). Prime proprietà del rango.
<i>n. prog. 47-48</i> <i>data 28 novembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Esercizi di riepilogo sul determinante delle matrici. Coincidenza fra l'insieme delle matrici non singolari e il gruppo lineare. Rango e minori: il rango coincide con I_{MAX} della matrice: teorema per il rango massimo dei minori non nulli (<i>senza dimostrazione</i>). Regola di Kronecker degli orlati (<i>senza dimostrazione</i>). Rango di una matrice in funzione dei parametri. Esempi e applicazioni.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 49-50</i> <i>data 29 novembre 2019</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Rango della matrice trasposta. Rango della matrice trasposta; conseguenze sulle righe di una matrice. Sistemi lineari; notazione matriciale. Sistemi lineari risolvibili e teorema di Rouché-Capelli (con dimostrazione). Unicità della soluzione; esempi geometrici. Sistemi lineari omogenei; risolubilità dei sistemi omogenei. Primo teorema di struttura: l'insieme delle soluzioni di $AX = 0$ è un sottospazio vettoriale ($\text{Ker } A$).
<i>n. prog. 51-52</i> <i>data 4 dicembre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Teorema delle dimensioni per il nucleo di una matrice (senza dimostrazione). Regola di Cramer per la soluzione di un sistema quadrato non singolare (con dimostrazione). Matrici triangolari superiori, matrici triangolari inferiori, matrici diagonali. Matrici triangolari e determinante. Varietà lineare (sottospazio affine). Secondo teorema di struttura per le soluzioni di un sistema lineare di k equazioni in n incognite. Esempi di applicazione del teorema di struttura per sistemi lineari, esempi geometrici. Sistemi triangolari non singolari, risoluzione all'indietro; triangolazione di un sistema quadrato non singolare (algoritmo di Gauss).
<i>n. prog. 53-54</i> <i>data 5 dicembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Matrici a scala. Lemma del rango. Eliminazione di Gauss per sistemi lineari qualunque e riduzione a sistemi a scala. Lemma dell'immagine e del nucleo di una matrice a scala. Esempi di sistemi risolti mediante matrice a scala. Equazioni lineari di un sottospazio vettoriale di R^n . Determinazione delle equazioni mediante la riduzione a scala. Matrici triangolari e determinante. Discussione di sistemi lineari parametrici (a un parametro). Esercizi di riepilogo: rango di una matrice con parametri, risolubilità di un sistema lineare in funzione dei parametri.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 55</i> <i>data 6 dicembre 2019</i> <i>venerdì mattina 11-13</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	<i>(al posto del Prof Danese) [lezione parzialmente persa per esercitazione evacuazione di emergenza]</i> Funzioni lineari di n variabili x_1, \dots, x_n . Applicazioni lineari definite da una matrice fra spazi di vettori colonna reali: proprietà di linearità. Applicazioni lineari generali fra spazi vettoriali. Definizione ed esempi. Kernel di un'applicazione lineare.
<i>n. prog. ***</i> <i>data 6 dicembre 2019</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione Seminario (tutorato straordinario)	[tutorato straordinario] Riepilogo degli argomenti svolti (simulazione di prova scritta (prima parte – prova teorica). Discussione della risoluzione.
<i>n. prog. 56-57</i> <i>data 11 dicembre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Sottospazi vettoriali nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Generatori del sottospazio immagine. Esempi di applicazione lineare; traccia di una matrice. Applicazioni lineari fra spazi vettoriali non finitamente generati (derivata). Immagine di un sottospazio vettoriale. Teorema delle dimensioni. Enunciato e dimostrazione del teorema delle dimensioni per spazi vettoriali finitamente generati qualunque. Iniettività di applicazioni lineari. Dimensione del kernel di un'applicazione lineare; immagine di una base. Applicazioni del teorema delle dimensioni.
<i>n. prog. 58-59</i> <i>data 12 dicembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Isomorfismo di rappresentazione (coordinate di un vettore su una base). Esempi di spazi vettoriali isomorfi. Equivalenza della dipendenza/indipendenza lineare per i vettori e per le loro rappresentazioni. Isomorfismo di trasposizione della matrice. Matrice di rappresentazione di un'applicazione lineare; casi particolari dell'applicazione associata a una matrice data. Esempi di tema d'esame sulle app. lineari e applicazioni. Determinazione di nucleo e immagine di applicazioni lineari definite da matrici. Iniettività e suriettività di applicazioni lineari mediante la matrice rappresentativa. Rotazioni nel piano: matrice di rappresentazione.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 60-61</i> <i>data 13 dicembre 2019</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Simmetria nel piano: simmetria rispetto alla retta bisettrice del I e III quadrante; matrice di rappresentazione. Individuazione di vettori che non cambiano direzione sotto l'azione della mappa di simmetria Autovalore ed autovettore per un operatore lineare qualunque e di una matrice. Autospazi di una matrice: definizione e proprietà (kernel non banale della matrice $A - \lambda I$). Ricerca degli autovalori di una matrice: equazione caratteristica, polinomio caratteristico. Esempi. Polinomio caratteristico e sue proprietà. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore. Limitazioni per la molteplicità geometrica (almeno 1, non superiore alla molteplicità algebrica). Primi esercizi sugli autovalori: determinazione di autovalori e molteplicità; equazioni e basi di autospazi.,
<i>n. prog. 62</i> <i>data 18 dicembre 2019</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	<i>(solo un'ora per sessione ora a Simona Fornaro)</i> Matrice di cambio di base dalla base canonica di R^n verso una base qualunque. Il problema del cambio di base dalla base di uno spazio vettoriale a una seconda base generica. Matrici di rappresentazione di un'applicazione lineare su basi differenti. Matrici simili e rappresentazioni su basi diverse di un operatore lineare di uno spazio vettoriale in sé. Traccia di matrici simili. Invarianti per similitudine: condizione necessaria, ma non sufficiente (con dimostrazioni e controesempio). La matrice identità è simile solo a se stessa; gli invarianti per similitudine non sono sufficienti per stabilire la similitudine. Esempi.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 63-64</i> <i>data 19 dicembre 2019</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Corrispondenza tra autovalori e autovettori di un operatore e della matrice associata. La matrice di rappresentazione di un operatore L su una base è diagonale se e solo se la base è formata da autovettori di L . Definizione di diagonalizzabilità di una matrice, di un operatore. Equivalenza fra esistenza di base di R^n formata da autovettori di una matrice e similitudine con matrice diagonale. Un operatore è diagonalizzabile se e solo se lo è la sua matrice rappresentativa su una base qualunque. Esercizi ed esempi. Condizione necessaria di diagonalizzabilità di matrici (polinomio caratteristico totalmente decomponibile in campo reale). Polinomi caratteristici di matrici simili. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Somma diretta di più sottospazi; teorema sulla somma diretta di autospazi (dimostrazione solo nel caso di due autospazi distinti). Condizione sufficiente di diagonalizzabilità (spettro di autovalori semplici). Primo e secondo criterio per la diagonalizzabilità di una matrice (enunciato). Autovalori regolari. Esempi.
<i>n. prog. ***</i> <i>data 20 dicembre 2019</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione Seminario X	Seminario didattico (d.ssa Irene Spelta): esercizi di riepilogo.
<i>n. prog. 65-66</i> <i>data 8 gennaio 2020</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Determinante e traccia di una matrice con polinomio caratteristico totalmente decomponibile in R . Prodotto scalare standard (canonico) in R^n ; proprietà. Norma indotta dal prodotto scalare; disuguaglianza di Cauchy-Schwarz (enunciato); angolo fra vettori. Esempi. Basi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle coordinate di un vettore su base ortogonale o ortonormale (coefficienti di Fourier). Proprietà delle basi ortogonali e ortonormali. Proiezione ortogonale su un vettore, su un sottospazio. Algoritmo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt; esempi.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 67-68</i> <i>data 9 gennaio 2020</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Esercizi di riepilogo sulla diagonalizzazione di matrici e similitudine fra matrici. Proiezione ortogonale e sottospazio ortogonale di un sottospazio vettoriale: dimensione del complemento ortogonale; somma diretta. Equazioni del complemento ortogonale di un sottospazio vettoriale. Esempi di proiezioni e complementi ortogonali. Matrici ortogonali; definizione e motivazione. Elementi della matrice prodotto fra matrici AB come p.s.; condizione necessaria sul determinante di una matrice ortogonale. Caratterizzazione dei vettori righe/colonne di una matrice ortogonale. Esempi. Matrici simmetriche: teorema spettrale e suo corollario. Applicazioni del teorema spettrale, esercizi. Esempio di diagonalizzazione con teorema spettrale. Esercizi di riepilogo.
<i>n. prog. 69-70</i> <i>data 10 gennaio 2020</i> <i>venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Dimostrazione dell'ortogonalità degli autospazi di matrici simmetriche. Forme quadratiche: definizione, matrice simmetrica associata, segno di una forma quadratica; forma canonica e segno di una forma quadratica; legame con gli autovalori. Studio del segno di una forma quadratica, cambio di variabile per la riduzione a forma canonica. Esercizi di riepilogo.
<i>n. prog. 71-72</i> <i>data 15 gennaio 2020</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Esercizi sulle forme quadratiche, complemento ortogonale, $\text{Ker } A = \text{complemento ortogonale di } (\text{Span col } A^T)$.
<i>n. prog. ***</i> <i>data 16 gennaio 2020</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Esercizi di riepilogo
<i>n. prog. ***</i> <i>data 17 gennaio 2020</i> <i>venerdì mattina</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione Seminaro X	Esercizi di riepilogo (simulazione di prova d'esame).



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

RIASSUNTO

- Numero lezioni assegnate	22,5L+37,5E
- Numero lezioni effettivamente impartite 30.....
- Numero esercitazioni effettivamente impartite 42
- Numero dei seminari svolti 6
- Numero lezioni perse per malattie 0
- Numero lezioni perse per altri motivi	... 0
(inaugurazione anno accademico)	0

.....
totale ore effettivamente impartite 72+6=78

Si certifica che TUTTE le ore di lezione ed esercitazione (per un totale di 72 ore) sono state IMPARTITE DAL DOCENTE

IL DOCENTE

.....

Visto del Preside

Visto del Direttore (*)

(*) per le Scuole di Specializzazione e le Scuole di Dottorato di ricerca